

ПЛАНИМЕТРИЈА – Подударност; Питагорина теорема

1. У оштроуглом  $\triangle ABC$  ( $BC > AC$ ) дата је висина  $CE$ . Симетрала спољашњег угла код  $C$  темена сече праву  $AB$  у тачки  $D$  тако да је  $CD = 2CE$ . Израчунати разлику  $\sphericalangle A - \sphericalangle B$ .
2. У једнакокраком троуглу симетрала угла на основици и висина из истог темена граде угао од  $30^\circ$ . Израчунати углове тог троугла.
3. Нека је  $S$  центар круга уписаног у правоугли  $\triangle ABC$  са правим углом код темена  $A$ . Израчунати углове троугла ако је разлика углова  $\sphericalangle ASB$  и  $\sphericalangle ASC$  једнака  $20^\circ$ .
4. Нека је  $H$  ортоцентар троугла  $ABC$ . Ако је  $AB = CH$ , израчунати  $\sphericalangle ACB$ .
5. Нека је  $D$  произвољна тачка хипотенузе  $AB$  правоуглог троугла  $ABC$ . Права одређена висином из темена  $C$  и права која садржи тачку  $D$  и паралелна је правој  $AC$  секу се у тачки  $E$ . Доказати да је  $CD \perp BE$ .
6. Симетрала оштрог угла код темена  $A$  паралелограма  $ABCD$  сече продужетак странице  $BC$  у тачки  $E$ , при чему је  $CE = 3cm$ . Израчунати странице паралелограма ако је његов обим  $50cm$ .
7. Код једног правилног  $n$ -тоугла разлика унутрашњег и спољашњег угла је  $120^\circ$ . Наћи  $n$ .
8. Тетива  $PQ$  датог круга једнака је његовом полупречнику. Одредити угао између тангенти тог круга у задатим тачкама.
9. Око једнакостраничног троугла странице  $12cm$  описан је круг  $K$ . Наћи дужину полупречника круга који додирује две странице тог троугла и круг  $K$  унутрашњим додиром.
10. Дужине страница троугла су три узастопна броја већа од 3. За колико се разликују дужине одсецака на које дели висина средњу по величини страницу?
11. Странице паралелограма су  $a$  и  $b$ , а оштар угао је  $60^\circ$ . Одредити дужине дијагонала.
12. Две кружнице једнаких полупречника имају централно растојање  $10cm$ , и заједничку тетиву дужине  $24cm$ . Колико највише може бити дугачка дуж која спаја неку тачку једне кружнице са неком тачке друге?
13. У троуглу  $ABC$  тежишна линија  $AA_1$  је нормална на симетралу угла  $BB'$ . Ако су дужине страница троугла узастопни природни бројеви, колики је обим троугла?
14. Тачка у којој уписана кружница уписана у правоугли троугао додирује хипотенузу дели хипотенузу на делове дужина 5 и 12. Израчунати разлику катета.
15. Нека су  $M$  и  $N$  средишта катета  $AC = 8cm$  и  $BC = 15cm$ . Кружница над пречником  $AC$  сече дуж  $MN$  у тачки  $P$ , а кружница над пречником  $BC$  сече дуж  $MN$  у тачки  $Q$ . Израчунати дужину дужи  $PQ$ .
16. У троуглу  $ABC$  важи  $BC = BE = 1cm$ , где је  $E$  средиште странице  $AC$ . Ако је тачка  $D$  подножје висине  $BD$  и важи  $CD \cdot DA = \frac{3}{4}cm^2$ , израчунати страницу  $AB$ .