

Transformacije algebarskih izraza

1. Uprosti izraz $\frac{5b-3}{7} - \frac{4b-2}{2} + 2b - \frac{10b-3}{14}$
2. Ako je $\frac{3}{a} = \frac{4}{b} = \frac{12}{c} = 13$ koliko je $(3-a)a + (4-b)b + (12-c)c$?
3. Dokazati jednakost a) $\frac{5^4-3^4}{5^4+2 \cdot 15^2+3^4} = \frac{8}{17}$; b) $\frac{5^4-2^6}{5^4+2^4 \cdot 5^2+2^6} = \frac{17}{33}$.
4. Ako je $n \in \mathbb{A}$, $n > 1$ tada izraz $n^4 + 2n^3 - n^2 - 2n$ ima činioce koji su četiri uzastopna broja. Dokazati.
5. Dat je polinom $P(x) = (x+1)^3 - (x+2)(x^2+2x-1)$. Srediti ga po opadajućim stepenima
6. Dokaži da je nejednakost $(x+5)^3 < x(x+7)^2 + (x+13)^2$ tačna za svako x .
7. Nađi sve realne brojeve x i y za koje važi a) $x^2 + y^2 + 2x - 6y + 10 = 0$;
b) $x^2 - 6x + y - 4\sqrt{y} + 13 = 0$;
c) $5x^2 + 5y^2 + 8xy + 2y - 2x + 2 = 0$.
8. "Oslobodi se" apsolutnih oznaka u izrazima: a) $\frac{2x+|x|}{3} + x + |x|$; b) $\left(\frac{x-5+|x-5|}{2}\right)^2 + \left(\frac{x-5-|x-5|}{2}\right)^2$.
9. Izračunaj zbir $1999^2 - 1998^2 + 1997^2 - 1996^2 + \dots + 3^2 - 2^2 + 1^2$.
10. Ako je $n \in \mathbb{A}$ tada je $(2n-3)(2n-1)(2n+1)(2n+3) + 16$ potpun kvadrat. Dokazati.
11. Dokazati Diofantove identitete: a) $(ax+by)^2 + (ay-bx)^2 = (a^2+b^2)(x^2+y^2)$;
b) $(ax-by)^2 + (ay+bx)^2 = (a^2+b^2)(x^2+y^2)$;
c) $(ax+by)^2 - (ay+bx)^2 = (a^2-b^2)(x^2-y^2)$.
12. Skrati razlomak a) $\frac{x^3-x}{x^3+2x^2+x}$; b) $\frac{a^{3n}-a^n b^{2n}}{a^{3n}-2a^{2n}b^n+a^n b^{2n}}$; c) $\frac{(a^2+a+1)^2 - (a-1)^2}{(a^2-a+1)^2 - (a+1)^2}$.
13. Odredi vrednost izraza a) $\sqrt{(x-5)^2} + \sqrt{(x+5)^2}$, $x \in \mathbb{R}$;
b) $\left(\sqrt{5+2\sqrt{6}} - \sqrt{5-2\sqrt{6}}\right)^2$;
c) $\sqrt{3+2\sqrt{2}} + \sqrt{3-2\sqrt{2}}$.
14. Izračunaj vrednost zbira $\frac{1}{\sqrt{2}+1} + \frac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{4}+\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{100}+\sqrt{99}}$.
15. Dokaži da je broj $3^{n+2} \cdot 2^{2n+3} + 3^{n+3} \cdot 4^{n+2}$ deljiv sa 7 za svaki prirodan broj n .